

KONSTRUKCIJA KLASIČNOG NAORUŽANJA

DEFORMACIJE I NAPONI U ZIDOVIMA CEVI PRI OPALJENJU METKA

Otpornost cevi je definisana maksimalnim naponima i deformacijama u zidovima cevi pod dejstvom sila koje deluju na cev. Osnovna sila od koje zavisi otpornost cevi je pritisak barutnih gasova na zidove cevi. Proračun otpornosti cevi sastoji se u određivanju napona i deformacija u zidovima cevi pri opaljenju. Cev je pri opaljenju podvrgnuta složenom opterećenju i trpi složenu deformaciju, koja uslovno može da se razloži na deformaciju u radijalnom, tangencijalnom i aksijalnom pravcu.

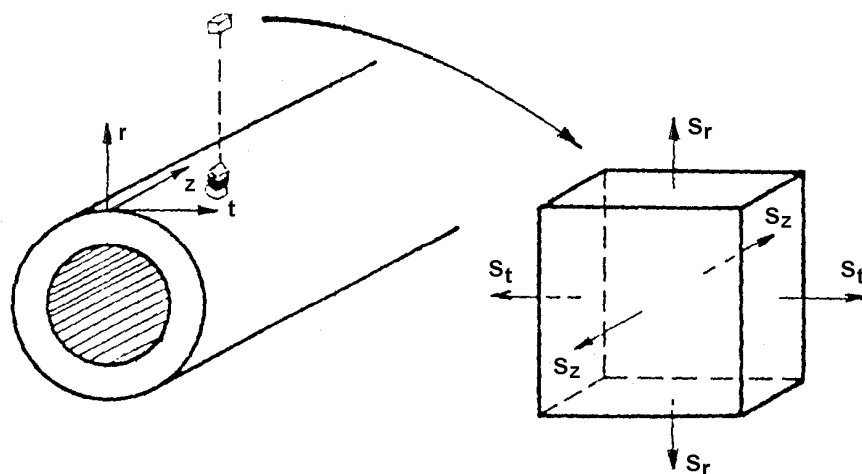
Deformacija	Apsolutna	Relativna
Radijalna	U	ϵ_r
Tangencijalna	V	ϵ_θ
Aksijalna	W	ϵ_z

Pri prostom naprezanju, prema Hook-ovom zakonu je do granice elastičnosti napon proporcionalan relativnoj deformaciji, $E = \sigma/\epsilon$ (E - Young-ov modul elastičnosti).

Ako kocku sa stranicom jedinične dužine izložimo naprezanju do granice elastičnosti kocka će se izdužiti u pravcu primenjenog naprezanja. Po prestanku ovog naprezanja kocka će poprimiti prvobitne dimenzije. Međutim, istovremeno sa izduženjem u pravcu delovanja naprezanja, u druga dva pravca će se pojaviti skraćenje dimenzija.

Poisson je istražujući odnos naprezanja i deformacija u raznim materijalima, utvrdio da naprezanje u jednom pravcu izaziva ne samo deformaciju u tom pravcu, već i deformacije u pravcima upravnim na taj pravac i da su ove deformacije proporcionalne. Ovaj koefijent proporcionalnosti naziva se Poisson-ov broj (μ) i on za čelik iznosi približno 1/3.

Međutim, ukupna deformacija ne nastaje samo od jednog jedinog naprezanja, već od prostih jednovremenih naprezanja različite veličine i smera koje mogu da deluju duž tri koordinatne ose sistema (slika 1).



Slika 1. Šema naprezanja cevi

Ako pretpostavimo da ova naprezanja (σ) deluju u radijalnom (r), tangencijalnom (θ) i aksijalnom (z) pravcu u pozitivnom smeru, rezultujuće deformacije su:

$$\text{u tangencijalnom pravcu} \quad \epsilon_{\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta} - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] \quad (1)$$

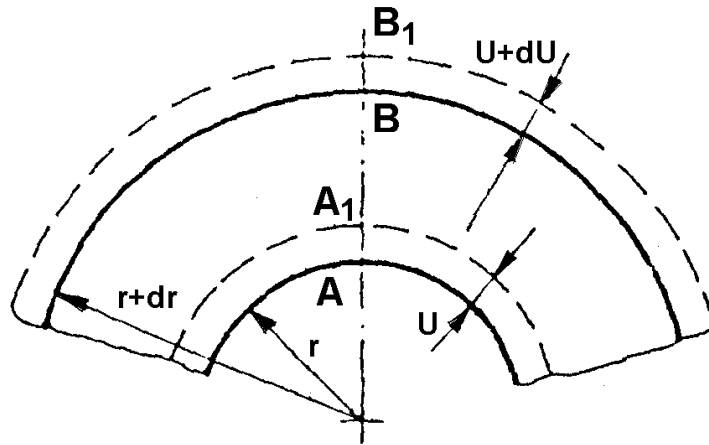
$$\text{u radijalnom pravcu} \quad \epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_{\theta} + \sigma_z)] \quad (2)$$

$$\text{u aksijalnom pravcu} \quad \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_{\theta})] \quad (3)$$

Vrednosti glavnih napona σ_r , σ_{θ} i σ_z i njihova zavisnost od geometrije i pritiska u cevi mogu se naći usvajanjem sledećih pretpostavki:

- Pritisak barutnih gasova deluje u pravcu normale na unutrašnju površinu cevi i raspoređen je ravnomerno i simetrično u odnosu na osu cevi.
- Cev i pre i posle deformacije zadržava cilindričan oblik i svaki presek, prav do deformacije, ostaje prav i posle deformacije.
- Materijal od koga je izrađena cev je homogen i izotropan.
- Čestice materijala se pod dejstvom spoljnih sila nalaze u ravnoteži.

Za određivanje deformacija izrezaćemo u zidu cevi cilindar sa radijusima r i $r+dr$ (slika 2). Neka je taj prsten pod dejstvom sile pritiska u cevi dobio složenu deformaciju. Tada se tačka A pomeri u tačku A_1 za veličinu U , a tačka B u tačku B_1 za veličinu $U+dU$.



Slika 2. Izvođenje zavisnosti između relativnih deformacija

Priraštaj debljine zida cilindra biće dU , pa je relativna radijalna deformacija

$$\epsilon_r = \frac{dU}{dr} \quad (4)$$

Relativna tangencijalna deformacija određena je izrazom

$$\epsilon_{\theta} = \frac{2\pi(r+U) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{U}{r} \quad (5)$$

Relativna aksijalna deformacija je

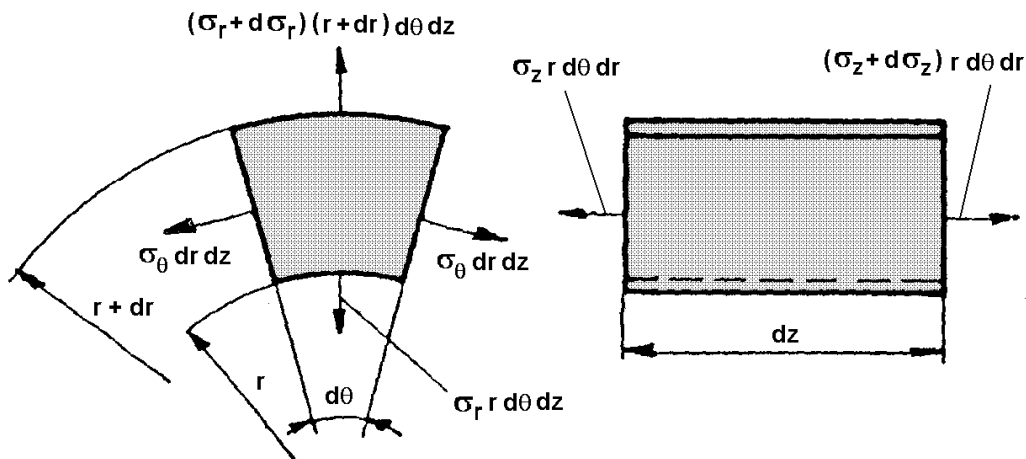
$$\epsilon_r = \frac{dW}{dr} \quad (6)$$

Za nalaženje zavisnosti između ϵ_r i ϵ_{θ} tražimo izvod ϵ_{θ} po r :

$$\frac{d\epsilon_{\theta}}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{U}{r} \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) = \frac{1}{r} (\epsilon_r - \epsilon_{\theta}) \quad (7)$$

Iz ovog proizilazi da promene relativnih tangencijalnih deformacija po debljini zida ne zavise od aksijalnih deformacija.

Za određivanje naprezanja izrezaćemo iz zida cevi koncentrične površine radijusa r i $r+dr$ beskonačno mali element sa centralnim uglom $d\theta$, koji se nalazi na rastojanju Z od kraja cevi i čija dužina je dZ (slika 3).



Slika 3. Izvođenje napona u zidovima cevi

Na krajevima ovog beskonačno malog elementa deluju elastične sile. Rezultante ovih elastičnih sila delovaće u središtima stranica i biće jednake proizvodu napona sa odgovarajućom površinom.

Projektovanjem sila na pravac radijusa dobija se

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta dz - \sigma_r r d\theta dz - 2\sigma_{\theta} dr dz \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (8)$$

Pošto je $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ dobijamo

$$\boxed{r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0} \quad (9)$$

Ovo je jednačina **Lame-Gadolina** koja daje vezu između tangencijalnog i radijalnog napona. Iz jednačine se vidi da radijalni i tangencijalni naponi ne zavise od aksijalnih napona.

Projektovanjem sila na pravac ose z dobija se da je $d\sigma_z = 0$, odnosno $\sigma_z = \text{const}$.

Iz jednačine Lame-Gadolina nemoguće je odrediti dve nepoznate σ_r i σ_θ . Koristeći se pretpostavkom da svaki ravan presek posle deformacije ostaje ravan, može se zaključiti da relativna aksijalna deformacija ne zavisi od radijusa i konstantna je za svaki dati presek, odnosno $d\varepsilon_z/dr = 0$. Diferenciranjem izraza (3) po r dobija se

$$\frac{d\varepsilon_z}{dr} = \frac{d}{dr} \left[\frac{\sigma_z}{E} - \frac{\mu}{E} (\sigma_r + \sigma_\theta) \right] = \frac{d}{dr} (\sigma_r + \sigma_\theta) = 0 \quad (10)$$

odakle je

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 2C_1. \quad (11)$$

Zamenom σ_θ iz jednačine (9) u jednačinu (11) dobija se

$$2\sigma_r + \frac{r d\sigma_r}{dr} = 2C_1 \quad (12)$$

Množenjem leve i desne strane jednačine (12) sa $r \cdot dr$ dobija se $2r\sigma_r dr + r^2 d\sigma_r = 2rC_1 dr$ ili

$$\frac{d}{dr} (\sigma_r r^2) = \frac{d}{dr} (r^2 C_1) \quad (13)$$

Integraljenjem jednačine (13) dobija se $\sigma_r r^2 + C_2 = r^2 C_1$, odakle je

$$\boxed{\sigma_r = C_1 - \frac{C_2}{r^2}} \quad (14)$$

σ_θ se određuje tako što se jednačina (14) uvrsti u jednačinu (11):

$$\boxed{\sigma_\theta = C_1 + \frac{C_2}{r^2}} \quad (15)$$

Konstante C_1 i C_2 određuju se iz graničnih uslova:

$$\begin{aligned} (\sigma_r)_{r=r_1} &= -p_1 & (\text{na unutrašnju površinu cevi deluje pritisak } \mathbf{p}_1) \\ (\sigma_r)_{r=r_2} &= -p_2 & (\text{na spoljnu površinu cevi deluje pritisak } \mathbf{p}_2) \end{aligned} \quad (16)$$

$\Rightarrow$

$$-p_1 = C_1 - \frac{C_2}{r_1^2} \quad \text{i} \quad -p_2 = C_1 - \frac{C_2}{r_2^2}$$

$$C_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad \text{i} \quad C_2 = \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Konačno se za tangencijalni napon (σ_θ) i radijalni napon (σ_r) dobijaju opšte jednačine:

$$\sigma_\theta = p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{r_2^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r_1^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (17)$$

$$\sigma_r = -p = -p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (18)$$

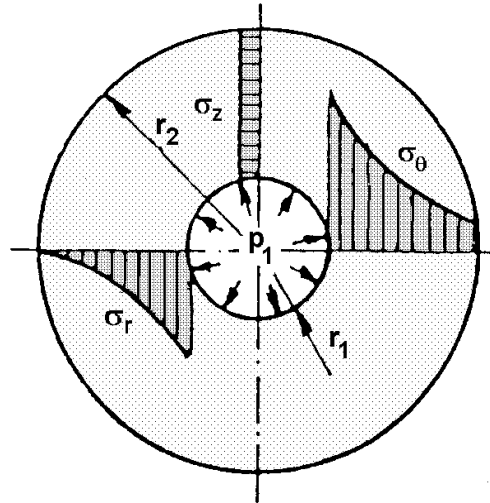
Aksijalni napon (σ_z) se u proračunima obično zanemaruje.

Jednačinama (17) i (18) određeni su naponi, kako u zidovima neojačanih (monoblok) cevi, tako i u zidovima ojačanih (višeslojnih) cevi.

1°) Za određivanje napona u prvom sloju ojačane cevi tokom opaljenja metka koriste se jednačine (17) i (18) u kojima je pritisak barutnih gasova $p_1 \neq 0$ i pritisak spoljašnjeg sloja na unutrašnji $p_2 \neq 0$.

2°) Za određivanje napona u monoblok cevi tokom opaljenja metka, u jednačinama (17) i (18) treba staviti $p_2 = 0$, a pritisak barutnih gasova u cevi je $p_1 \neq 0$ (slika 4).

3°) Jednačine (17) i (18) omogućavaju da se odrede naponi u svakom od slojeva ojačane cevi pre opaljenja.

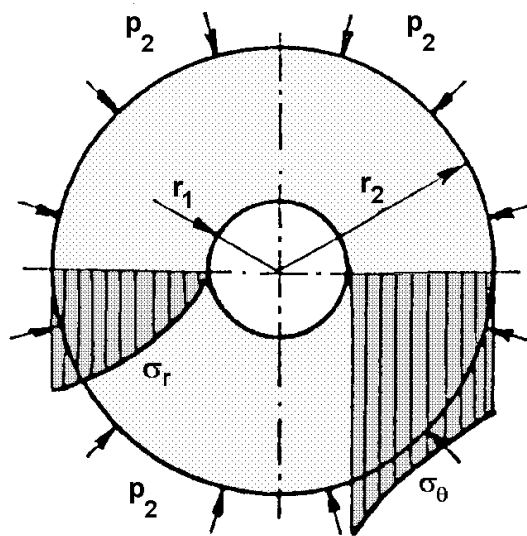


$$\sigma_\theta = p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{r_2^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\sigma_r = -p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Slika 4. Glavni normalni naponi u zidovima monoblok cevi tokom opaljenja metka

Za unutrašnji sloj treba staviti $p_1 = 0$, a pritisak susednog spoljašnjeg sloja na unutrašnji sloj je $p_2 \neq 0$ (slika 5).

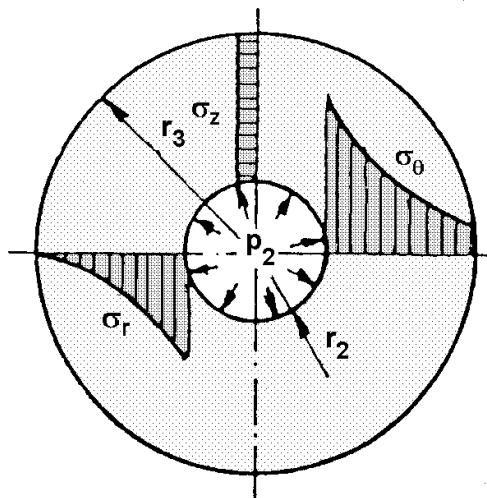


$$\sigma_{\theta} = -p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r_1^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\sigma_r = -p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Slika 5. Glavni normalni naponi u zidovima unutrašnjeg sloja višeslojne cevi pre opaljenja

Za spoljašnji sloj (omotač) dvoslojne cevi pre opaljenja (slika 6) sa unutrašnje strane deluje pritisak unutrašnjeg sloja $p_2 \neq 0$, a pritisak sa spoljne strane je jednak nuli (u jednačinama 17 i 18 umesto pritiska p_1 treba staviti pritisak p_2 , a članovi sa pritiskom p_2 su jednaki nuli). Radijus r omotača dvoslojne cevi se menja od r_2 do r_3 (u jednačinama 17 i 18 umesto r_1 treba staviti r_2 , a umesto r_2 treba staviti r_3).



$$\sigma_{\theta} = p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r_3^2 + r^2}{r_3^2 - r_2^2}$$

$$\sigma_r = -p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r_3^2 - r^2}{r_3^2 - r_2^2}$$

Slika 6. Glavni normalni naponi u zidovima omotača dvoslojne cevi pre opaljenja

Na prikazanim dijagramima se vidi da je:

- Raspored napona u zidovima cevi je izrazito neravnomeran.
- Za bilo koji slučaj opterećenja $|\sigma_\theta| > |\sigma_r|$, a maksimalna vrednost σ_θ je na unutrašnjoj površini cevi.
- Znak tangencijalnih napona pri spoljašnjem opterećenju (p_2) suprotan je po znaku naponu pri unutrašnjem opterećenju (p_1). Ovo omogućava da se ojačanjem prvog sloja u njemu pre opaljenja stvore naponi suprotni naponima koji se javljaju pri opaljenju metka (slike 4 i 5).
- Zbir napona $\sigma_\theta + \sigma_r$ po debljini zida je konstantan i jednak je tangencijalnom naponu na unutrašnjoj površini cevi ($p_1 = 0, p_2 \neq 0$) ili naponu na spoljašnjoj površini cevi ($p_1 \neq 0, p_2 = 0$). Uzrok eventualnog prskanja cevi u uzdužnom pravcu u oba navedena slučaja biće tangencijalni naponi.

Pri opaljenju cev mora da funkcioniše u granicama elastičnih deformacija, pa se otpornost artiljerijske cevi ocenjuje njenom granicom elastične otpornosti.

Granica elastične otpornosti monoblok cevi

Granicom elastične otpornosti neojačane (monoblok) cevi naziva se onaj maksimalni unutrašnji pritisak p_1 pri kome na unutrašnjoj površini kanala cevi nema trajnih deformacija.

Iz dijagrama glavnih napona (slika 4) vidi se da maksimalne vrednosti napona σ_θ i σ_r nastaju na unutrašnjoj površini cevi. Međutim, bez obzira što je poznat položaj tih maksimuma i što ih je moguće tačno odrediti, nije moguće jednostavno utvrditi i dokazati preko kojih vrednosti ovih maksimuma mora doći do pojave plastičnih deformacija, odnosno kolika je elastična otpornost monoblok cevi.

Eksperimenti su pokazali da za definisanje graničnog stanja nije dovoljno poznavati samo intenzitete glavnih napona, već treba znati i njihove međusobne odnose. Pošto je kod zapreminskog (troosnog) opterećenja moguć beskonačan broj kombinacija ovih odnosa, eksperimentalno se ne može postaviti zakon po kome bi se određivalo, odnosno merilo granično stanje, kao što je to moguće kod prostog (jednoosnog) opterećenja.

Zato je neophodno da se složeno (troosno) naprezanje svede na oblik koji može da se upoređuje sa odgovarajućim jednoosnim naprezanjem epruvete na istezanje. Kod definisanja ovog komparativnog oblika pojedini autori su polazili od različitih hipoteza, odakle su razvijene različite teorije.

Prva teorija otpornosti

Prema najstarijoj teoriji otpornosti (Lame, Virgile) granično stanje napona (između elastičnog i plastičnog) u materijalu podvrgnutom zapreminskom opterećenju, nastaje onda kada po apsolutnoj vrednosti najveći od tri glavna napona dostigne granicu elastičnosti materijala pri čistom istezanju. Pošto je $|\sigma_\theta| > |\sigma_r|$ plastičnih deformacija neće biti ukoliko je $\sigma_{\theta 1} \leq \sigma_E$, odnosno u graničnom slučaju ($r = r_1$):

$$\sigma_{\theta 1} = p_1 \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = \sigma_E \quad (19)$$

odakle je granica elastične otpornosti cevi po prvoj teoriji

$$p_1^{(I)} = \sigma_E \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \quad (20)$$

Dakle, pri proračunu cevi po prvoj teoriji otpornosti granicom elastične otpornosti neojačane cevi naziva se onaj unutrašnji pritisak $p_1^{(I)}$ pri kome je tangencijalni napon na unutrašnjoj površini kanala cevi jednak granici elastičnosti materijala σ_E .

Granica elastične otpornosti cevi je utoliko veća ukoliko je čvršći materijal za cev i veća debljina njegovih zidova.. Maksimalna teorijska vrednost granice elastične otpornosti dobija se za $r_2 \rightarrow \infty$:

$$p_{1,\max}^{(I)} = \sigma_E \quad (21)$$

Ova teorija ne uzima u obzir druga dva glavna napona (σ_r , σ_z) i primenljiva je samo za veoma krte materijale, gde je uticaj drugih napona zaista skoro zanemarljiv. Međutim, za topovski čelik, kao žilav materijal, ova teorija je neispravna i daje veoma tanke zidove cevi, jer ne uzima u obzir uticaj vrlo značajnog radijalnog napona.

Danas se po ovoj teoriji ne vrši proračun cevi.

Druga teorija otpornosti

Druga teorija otpornosti (Saint-Venant, Poncelet) zasniva se na pretpostavci da je vrednost najveće relativne deformacije u jednom od tri glavna pravca merodavna za procenu naponskog stanja. Po ovoj teoriji plastične deformacije u materijalu, podvrgnutom zapreminskom opterećenju, nastaju onda kada je najveće relativno izduženje jednako relativnom izduženju pri čistom istezanju.

Zavisnost između relativnih deformacija i glavnih napona data je izrazima:

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)]$$

Ako se σ_θ i σ_r zamene njihovim vrednostima (jedn. 14 i 15) dobija se:

$$E\epsilon_\theta = \frac{2}{3}C_1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{C_2}{r^2} - \frac{1}{3}\sigma_z$$

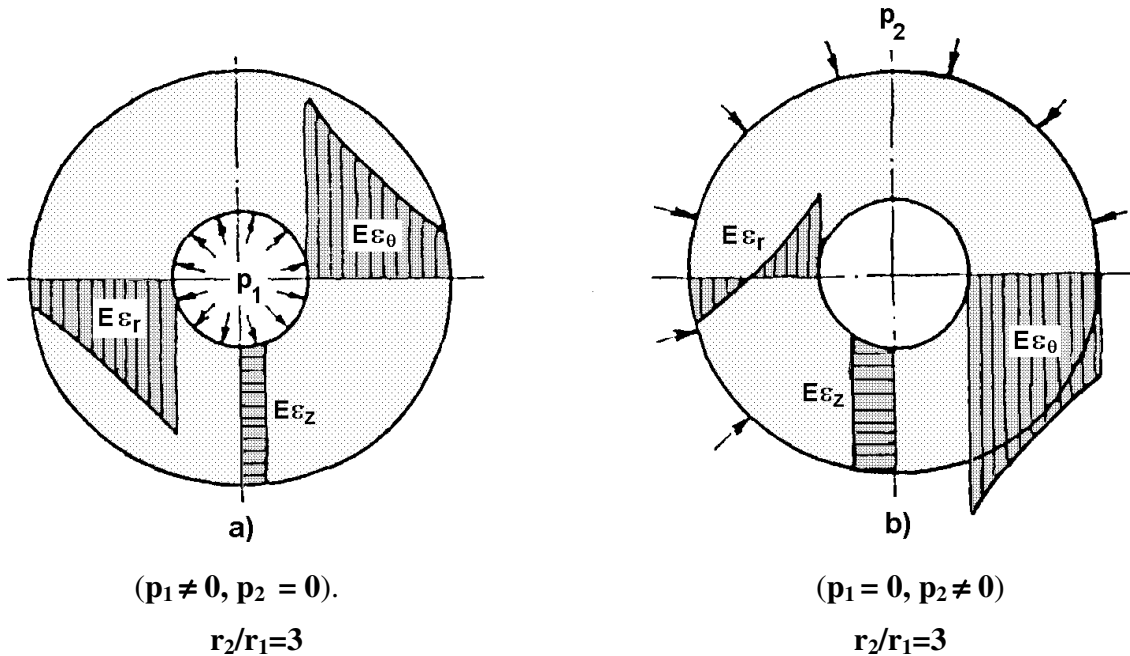
$$E\epsilon_r = \frac{2}{3}C_1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{C_2}{r^2} - \frac{1}{3}\sigma_z$$

$$E\varepsilon_z = \sigma_z - \frac{2}{3}C_1$$

ili posle zamene C_1 i C_2 dobijaju se formule za proračun svedenih napona:

$$\begin{aligned} E\varepsilon_\theta &= \frac{2}{3}p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{2r_2^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{2}{3}p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{2r_1^2 + r^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{1}{3}\sigma_z \\ E\varepsilon_r &= -\frac{2}{3}p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{2r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{2}{3}p_2 \frac{r_2^2}{r^2} \cdot \frac{r^2 - 2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{1}{3}\sigma_z \\ E\varepsilon_z &= \sigma_z - \frac{2}{3} \cdot \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \end{aligned} \quad (22)$$

$E\varepsilon_\theta$, $E\varepsilon_r$ i $E\varepsilon_z$ su svedeni tangencijalni, radijalni i aksijalni napon (slika 7). U daljim proračunima zanemaruje se aksijalni napon ($\sigma_z = 0$).



Slika 7. Dijagram svedenih napona u zidovima cevi

Za bilo koji slučaj opterećenja (iznutra ili spolja) maksimalni svedeni tangencijalni ili radijalni naponi nalaze se na unutrašnjoj površini cevi (slično odgovarajućim normalnim naponima). Zbir $E\varepsilon_\theta + E\varepsilon_r$ je konstantan po celoj debljini zida cevi.

Granica elastične otpornosti cevi dobija se iz jednačina (22) kada se stavi $p_2 = 0$, $r = r_1$ i $\sigma_z = 0$:

$$E\varepsilon_{\theta 1} = \frac{2}{3}p_1 \frac{2r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = \sigma_E$$

$$E \varepsilon_{r1} = -\frac{2}{3} p_1 \frac{2r_2^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = \sigma_E \quad (23)$$

Iz jednačina (23) vidi se da su svedeni tangencijalni naponi po apsolutnoj vrednosti uvek veći od svedenih radijalnih napona. Zato se proračun granice elastične otpornosti cevi vrši po najvećim tangencijalnim deformacijama. Iz formule za $E \varepsilon_{\theta 1}$ dobija se:

$$p_1^{(II)} = \frac{3}{2} \sigma_E \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2^2 + r_1^2} \quad (24)$$

Maksimalna teorijska vrednost granice elastične otpornosti dobija se za $r_2 \rightarrow \infty$:

$$p_{1,max}^{(II)} = \frac{3}{4} \sigma_E \quad (25)$$

Jednačina (25) pokazuje da beskonačno povećavanje debljine zidova cevi ne dovodi do povećanja granice elastične otpornosti neojačane cevi preko 3/4 granice elastičnosti materijala.

Druga teorija otpornosti se u nizu zemalja koristi za proračun cevi na otpornost.

Treća teorija otpornosti

Prema trećoj teoriji (Coulomb), teoriji klizanja, plastične deformacije u materijalu podvrgnutom zapreminskom opterećenju nastaju onda kada je najveći rezultujući tangencijalni napon jednak maksimalnom tangencijalnom naponu standardne epruvete od istog materijala istegnute do granice elastičnosti.

Kod zapreminski (troosno) opterećenog tela maksimalni rezultujući tangencijalni napon nastaje u ravni koja sa pravcima glavnih napona σ_1 i σ_3 zaklapa uglove od po 45° , a to znači u ravni u kojoj leži vektor glavnog napona σ_2 . Pri tome je $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Maksimalni rezultujući tangencijalni napon je $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, što kod cevi na unutrašnjoj površini cevi iznosi $\tau_{max} = \frac{\sigma_{\theta 1} - \sigma_{r1}}{2}$. Maksimalni tangencijalni napon jednoosno istegnute epruvete do granice elastičnosti σ_E je $\tau_{max} = \frac{\sigma_E}{2}$. Izraz za granicu elastične otpornosti cevi po teoriji klizanja je:

$$\sigma_{\theta 1} - \sigma_{r1} = \sigma_E \quad (26)$$

Ako se stavi da je $\sigma_{r1} = -p_1$ i zameni $\sigma_{\theta 1}$ izrazom (19) dobija se

$$p_1 = \sigma_E - p_1 \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

dobija se granica elastične otpornosti

$$p_1^{(III)} = \frac{\sigma_E}{2} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2} \quad (27)$$

Maksimalna teorijska vrednost granice elastične otpornosti dobija se za $r_2 \rightarrow \infty$:

$$p_{1,max}^{(III)} = \frac{1}{2} \sigma_E \quad (28)$$

Proračun cevi po ovoj teoriji se dobro slaže sa opitnim rezultatima i koristi se u većini zemalja u svetu.

Četvrta teorija otpornosti

Pored klasičnih teorija postoji niz modernih - energetske teorije čvrstoće, od kojih se najviše koristi teorija potencijalne energije izobličenja ili Huber-Mises-Hencky (HMH) teorija. Po ovoj teoriji plastične deformacije počinju da se javljaju tek onda kada potencijalna energija promene oblika jedinične zapremine materijala u posmatranoj tački prekorači graničnu vrednost specifične energije izobličenja, ustanovljenu za isti materijal pri jednoosnom zatezanju epruvete do granice elastičnosti.

Nepostojanje plastičnih deformacija određuje se izrazom:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2} \leq \sigma_E \quad (29)$$

Oдавде proizilazi da se granicom elastične otpornosti cevi, proračunatoj po četvrtoj teoriji otpornosti, naziva onaj unutrašnji pritisak p_1 pri kome energija, koju dobije jedinica zapremine materijala za cev, izaziva naprezanja jednaka granici elastičnosti materijala.

Ako zanemarimo σ_z u jednačini (29) napisanoj za unutrašnju površinu cevi dobija se

$$\sqrt{\sigma_{\theta 1}^2 - \sigma_{\theta 1} \sigma_{r 1} + \sigma_{r 1}^2} = \sigma_E \quad (30)$$

pa je izraz za određivanje granice elastične otpornosti neojačane cevi po četvrtoj teoriji

$$p_1^{(IV)} = \sigma_E \frac{r_2^2 - r_1^2}{\sqrt{3r_2^4 + r_1^4}} \quad (31)$$

Maksimalna teorijska vrednost granice elastične otpornosti biće za $r_2 \rightarrow \infty$:

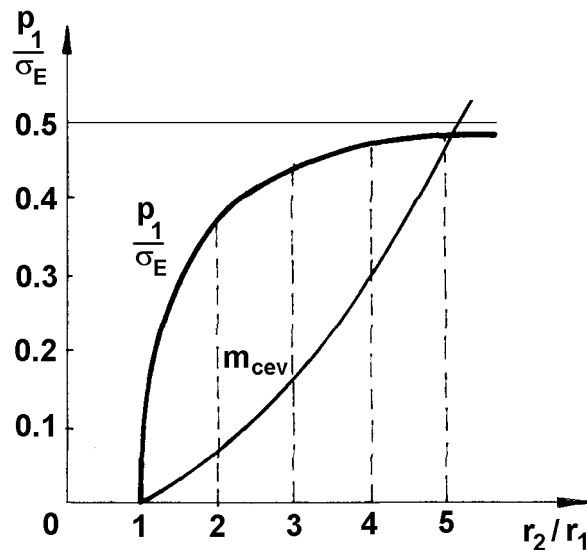
$$p_{1,max}^{(IV)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_E \quad (32)$$

Ova teorija se dobro slaže sa eksperimentalnim rezultatima, ali se zbog složenosti retko koristi za proračun cevi.

Zbog jednostavnosti i pouzdanosti u daljim razmatranjima će se koristiti treća teorija otpornosti (teorija klizanja). Jednačina (27) pokazuje koliki je maksimalni pritisak koji monoblok cev može da izdrži bez plastičnih deformacija. Ovaj pritisak je utoliko veći što je viša granica elastičnosti materijala σ_E od koga je izrađena cev. Kod savremenih topovskih cevi od visokolegiranih čelika, uz dobru termičku obradu, postiže se granica elastičnosti do 1200 N/mm^2 .

Iz jednačine (27) se vidi da je p_1 utoliko veći što je veći odnos r_2/r_1 , odnosno što je veća relativna debljina zida cevi. Granica elastične otpornosti cevi beskonačne debljine teži $\sigma_E/2$. Međutim, povećanje debljine zida cevi ide na račun granice elastičnosti materijala, jer tada opadaju "stepen prokivanja" i "stepen prokaljivosti". Zato je za praktičnu granicu relativne debljine zida cevi prihvaćen odnos $r_2/r_1=3$.

Dijagram na slici 8 pokazuje kako preko tog odnosa masa cevi po jedinici dužine (m_{cev}) rapidno raste, dok se elastična otpornost cevi asimptotski približava vrednosti $\sigma_E/2$. Za dobijanje optimalne mase cevi odnos r_2/r_1 treba da je u granicama $2.2 \div 2.5$.



Slika 8. Dijagram elastične otpornosti i mase cevi u zavisnosti od debljine zidova

U zavisnosti od napregnutog stanja zidova cevi se dele na neojačane i ojačane.

Neojačane cevi izrađuju se iz jednog komada. U zidovima takve cevi nema veštački stvorenih napona sa ciljem da se poveća njena otpornost, osim napona koji nastaju i ostaju u zidovima cevi tokom procesa termičke obrade. Cevi ovakve konstrukcije nazivaju se još i **monoblok cevi**. Međutim, i monoblok cevi mogu biti veštački ojačane (autofretovane), kao što i složene cevi, izrađene od dve cevi navučene jedna na drugu sa dovoljno velikim zazorom između njih, mogu biti neojačane. Namena spoljne cevi u ovom slučaju je povećanje trzajuće mase.

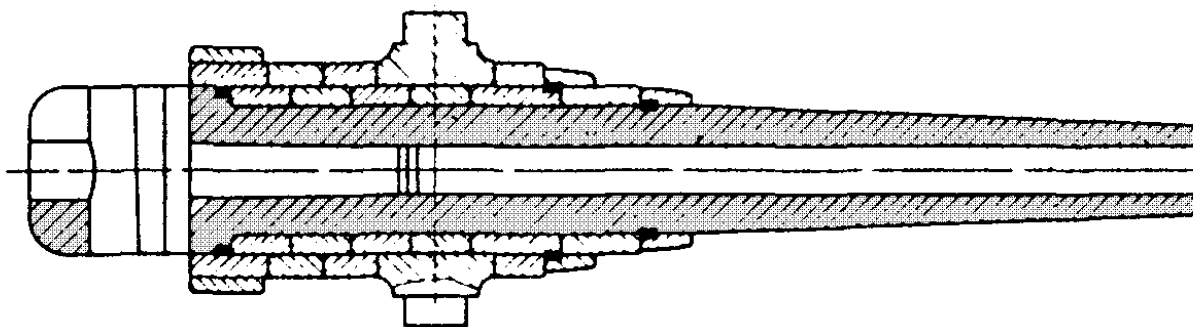
Neojačane cevi imaju danas široku primenu pošto savremena metalurgija omogućava dobijanje legiranih čelika vrlo visokih mehaničkih karakteristika.

Ojačane cevi nazivaju se cevi u čijim su zidovima još pre opaljenja veštački stvoreni naponi koji povećavaju njenu otpornost. Ojačanje cevi omogućava da se poveća otpornost cevi bez primene

materijala sa povišenim mehaničkim karakteristikama. Prema ustrojstvu zidova ojačane cevi mogu biti jednoslojne (autofretovana cev) i višeslojne. Kod dvoslojne cevi spoljašnji sloj steže (ojačava) unutrašnji sloj određenim pritiskom čiji je smer suprotan smeru dejstva pritiska barutnih gasova i stvara napone u zidovima cevi koji su po znaku suprotni naponima koji nastaju od pritiska barutnih gasova.

U cilju povećanja stepena ojačanja primenjuju se 3 i 4 - slojne cevi. Cev ojačana na ovaj način je višeslojna. Unutrašnji sloj se naziva **cev**, a spoljašnji **omotač**. Međuslojevi se nazivaju - **slojevi za ojačanje**.

Najstariji način ojačavanja cevi je ojačanje pomoću prstenova (slika 9). Ovaj način se sastojao u navlačenju jednog ili više redova prstenova (karika) u zagrejanom stanju na cev, čime je obezbeđivano stezanje cevi. Sastavi redova prstenova nalaze se u šahovskom rasporedu.



Slika 9. Ojačavanje cevi pomoću prstenova

Nedostaci ojačavanja pomoću prstenova su:

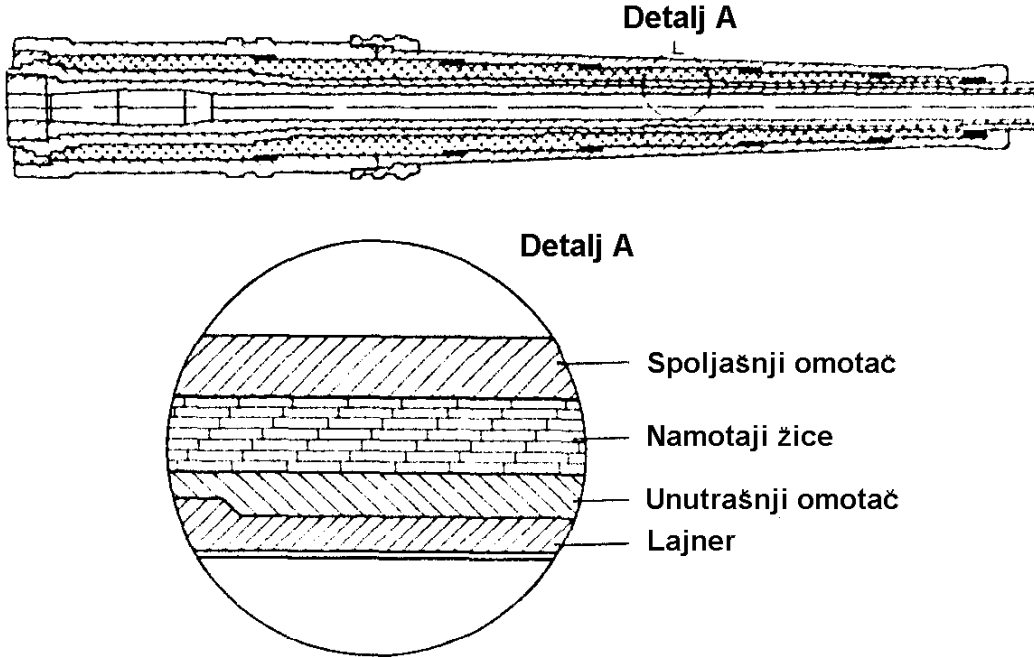
- prstenovi za ojačanje ne učestvuju u otporu na poprečno kidanje ako je zatvarač smešten u samoj cevi.
- prstenovi nemaju uticaja na smanjenje ugiba cevi usled sopstvene mase.

Zato se ovaj način ojačanja danas uglavnom ne primenjuje.

U samom početku pojave ojačanih cevi najširu primenu je našlo ojačavanje cevi pomoću žice (slika 10). Suština ojačavanja cevi žicom sastoji se u namotavanju žice na cev sa zadatim zatezanjem u toplom ili hladnom stanju.

Ojačavanje pomoću žice postiže se lakše nego pomoću omotača i slojeva za ojačavanje. Međutim, nedostatak ojačavanja cevi pomoću žice je što nema potrebnu uzdužnu krutost i ne obezbeđuje potrebnu otpornost na ugib usled sopstvene mase kao i usled neravnomernog zagrevanja sunčevim zracima. Ovo dovodi do povećanja oscilacija cevi u momentu kada projektil napušta cev, čime se smanjuje preciznost oruđa.

Najrasprostranjeniji način ojačavanja artiljerijskih cevi je navlačenjem jednog ili više elemenata (cilindara) - slojeva sa negativnim zazorom. Cev ojačana pomoću navlaka sastoji se od slojeva koji su svi izloženi dejstvu i unutrašnjeg i spoljašnjeg pritiska, osim poslednjeg sloja za koji je spoljašnji pritisak jednak nuli.



Slika 10. Ojačavanje cevi pomoću žice

Najveći unutrašnji pritisak koji može da izdrži dvoslojna cev pri ojačanju nalazi se iz izraza za svedena tangencijalna i radijalna naprezanja (jedm. 22) kada se u njih stavi da je:

$$E \varepsilon_{\theta 1} = |E \varepsilon_{r1}| = \sigma_{e1} , \quad r_2 \rightarrow \infty , \quad \sigma_z = 0$$

$$p_{1,max}^{(\theta)} = \frac{3}{4} \sigma_{e1} + \frac{3}{2} p_2 = p_{1,max}^{(II)} + \frac{3}{2} p_2 \quad (33)$$

$$p_{1,max}^{(r)} = -\frac{3}{4} \sigma_{e1} + \frac{1}{2} p_2 = p_{1,max}^{(II)} + \frac{1}{2} p_2 \quad (34)$$

gde indeksi θ i r pokazuju po kojim napreznjima je određeno $p_{1,max}$. Pritisak p_2 zavisi od dimenzija slojeva ojačane cevi i materijala spoljašnjeg sloja.

Za proračun cevi nophodno je znati koje i pri kojim uslovima svedeno naprezanje ima veću vrednost ($E \varepsilon_{\theta 1}$ ili $E \varepsilon_{r1}$). Svedena naprezanja su:

$$E \varepsilon_{\theta 1} = \frac{2}{3} C_1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{C_2}{r_1^2} , \quad E \varepsilon_{r1} = \frac{2}{3} C_1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{C_2}{r_1^2}$$

gde je: $C_1 = \frac{p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(\frac{x}{a^2} - 1 \right) , \quad C_2 = \frac{p_2 r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} (x - 1) , \quad x = \frac{p_1}{p_2} , \quad a = \frac{r_2}{r_1}$

Veličina svedenih naprezanja zavisi od znaka konstanti C_1 i C_2 , a oni od veličina x i a^2 .

Pri projektovanju cevi uvek je $x > 1$ pa je uvek $C_2 > 0$. U zavisnosti od znaka konstante C_1 postoje tri slučaja:

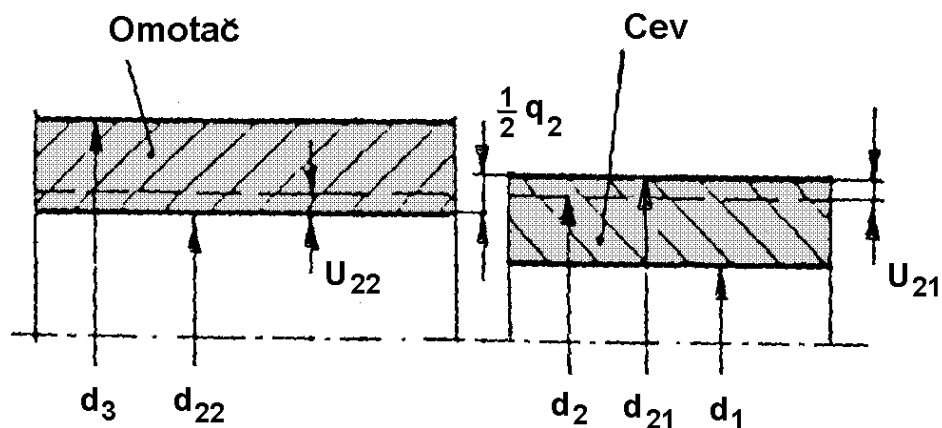
1°	$C_1 > 0$	$(x > a^2)$	$E \epsilon_{\theta l} > E \epsilon_{r l} $
2°	$C_1 = 0$	$(x = a^2)$	$E \epsilon_{\theta l} = E \epsilon_{r l} $
3°	$C_1 < 0$	$(x < a^2)$	$E \epsilon_{\theta l} < E \epsilon_{r l} $

U prvom slučaju je $p_1/p_2 > a^2$ i ako izrazimo p_2 pomoću formule za svedena tangencijalna naprezanja i stavimo $E \epsilon_{\theta l} = \sigma_{el}$ dobija se:

$$\frac{3p_1}{p_1(2a^2+1) - \frac{3}{2}\sigma_{el}(a^2-1)} > 1 \quad \text{odnosno} \quad 2(a^2-1)p_1 > -\frac{3}{2}(a^2-1)\sigma_{el} \quad \text{pa je}$$

1°	$p_1 < \frac{3}{4}\sigma_{el}$	$E \epsilon_{\theta l} > E \epsilon_{r l} $
2°	$p_1 = \frac{3}{4}\sigma_{el}$	$E \epsilon_{\theta l} = E \epsilon_{r l} $
3°	$p_1 > \frac{3}{4}\sigma_{el}$	$E \epsilon_{\theta l} < E \epsilon_{r l} $

Sušтина ojačavanja cevi sastoji se u sledećem: spoljašnji prečnik cevi (d_{21}) izrađuje se nešto veći od unutrašnjeg prečnika omotača (d_{22}) (slika 11). Zatim se omotač zagreva do temperature na kojoj je d_{22} veće od d_{21} i u zagrejanom stanju se navuče na cev. Nakon hlađenja će spoljašnji prečnik cevi i unutrašnji prečnik omotača biti jednaki d_2 .



Slika 11. Određivanje stezanja u cevi ojačanoj pomoću navlaka

Pritisak p_2^1 kojim omotač steže cev naziva se pritiskom proizvedenim od ojačanja, a naponi - proizvedenim naponima. Veličina ovog pritiska i napona zavisi od veličine stezanja.

Apsolutno stezanje je $q_2 = d_{21} - d_{22}$

Relativno stezanje je $\gamma_2 = \frac{q_2}{d_2}$

gde se uzima da je $d_2 = \frac{d_{21} + d_{22}}{2}$.

Veličina relativnog stezanja se bira iz uslova da nema strukturnih promena u metalu pri zagrevanju radi ojačanja. Dozvoljena temperatura zagrevanja je 400÷500 °C. U praksi se γ_2 ne uzima veće od 0.002.

Relativno stezanje se može izraziti preko deformacija a sledeći način:

$$\gamma_2 = \frac{U_{22}}{r_2 - U_{22}} + \frac{U_{21}}{r_2 + U_{21}} \approx \frac{U_{22}}{r_2} + \frac{U_{21}}{r_2} = \epsilon_{\theta 22}^1 + \epsilon_{\theta 21}^1$$

gde je:

U_{22} - apsolutna radijalna deformacija omotača

U_{21} - apsolutna radijalna deformacija cevi

$\epsilon_{\theta 22}^1$ - relativna tangencijalna deformacija omotača na naležućim površinama omotača i cevi

$\epsilon_{\theta 21}^1$ - relativna tangencijalna deformacija cevi na naležućim površinama omotača i cevi

Relativne tangencijalne deformacije na naležućim površinama cevi i omotača su:

$$\epsilon_{\theta 22}^1 = \frac{2}{3E} \cdot p_2^1 \frac{2r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}$$

$$|\epsilon_{\theta 21}^1| = \frac{2}{3E} \cdot p_2^1 \frac{2r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

Zamenom vrednosti $\epsilon_{\theta 22}^1$ i $\epsilon_{\theta 21}^1$ u formulu za γ_2 nalazimo ukupno naprezanje pri ojačanju na površini naleganja:

$$E \gamma_2 = p_2^1 \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{r_3^2 - r_1^2}{r_3^2 - r_2^2}$$

ili

$$E \gamma_2 = T_1 \cdot \frac{r_3^2 - r_1^2}{r_3^2 - r_2^2} \quad (35)$$

gde je

$$T_1 = p_2^1 \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (36)$$

T_1 je svedeno tangencijalno naprezanje na unutrašnjoj površini cevi koje se naziva **OJAČANJE**.

Veličina T_1 zavisi od relativnog stezanja tako da ne može da bude veća od granice elastičnosti metala. Pri projektovanju se uzima

$$T_{1,\max} \leq \frac{3}{4} \sigma_{e1}$$

Zadavanjem vrednosti T_1 može se iz izraza za $E\gamma_2$ odrediti relativno stezanje γ_2 ili se na osnovu odabranog apsolutnog stezanja q_2 određuje γ_2 , a zatim T_1 . U praksi se obično uzima $q_2 = 0.1 \div 0.35$ mm.

Granica elastične otpornosti ojačane cevi je onaj najveći pritisak barutnih gasova p_1 pri kome su svedena tangencijalna (radijalna) naprezanja na unutrašnjim površinama svakog od slojeva, ojačanih proračunskim stezanjem, jednake granici elastičnosti materijala slojeva.

$$1^\circ \quad E \epsilon_{\theta 1} > |E \epsilon_{r1}|$$

Svedeno tangencijalno naprezanje na unutrašnjoj površini cevi dobija se iz izraza:

$$E \epsilon_{\theta 1} = \frac{2}{3} p_1 \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{2r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = \sigma_{e1}$$

iz izraza

$$E \epsilon_{\theta 2} = \frac{2}{3} p_2 \frac{2r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = \sigma_{e2}$$

dobija se

$$p_2 = \frac{3}{2} \sigma_{e2} \frac{r_3^2 - r_2^2}{2r_3^2 + r_2^2}$$

Ako se zameni vrednost p_2 u jednačini za $E \epsilon_{\theta 1}$ dobija se:

$$p_1 = \frac{3}{2} \sigma_{e1} \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2^2 + r_1^2} + \frac{3}{2} \sigma_{e2} \frac{r_3^2 - r_2^2}{2r_3^2 + r_2^2} \cdot \frac{3r_2^2}{2r_2^2 + r_1^2} \quad (37)$$

Ako se označi: $y_i = \frac{3r_{i+1}^2}{2r_{i+1}^2 + r_i^2}$ jednačina (37) postaje

$$p_1 = \frac{3}{2} \sigma_{e1} (y_1 - 1) + \frac{3}{2} \sigma_{e2} y_1 (y_2 - 1) \quad (38)$$

ako je $\sigma_{e1} = \sigma_{e2} = \sigma_e$ biće

$$p_1 = \frac{3}{2} \sigma_e (y_1 \cdot y_2 - 1) \quad (39)$$

Iz jednačine (38) vidi se da p_1 zavisi od vrste materijala i od dimenzija slojeva. Prema Gadolin-u vrednost p_1 je najveća ako se pri ostalim jednakim uslovima radijusi nalaze u sledećoj zavisnosti:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_3}{r_2} \quad \text{odnosno} \quad r_2 = \sqrt{r_1 r_3}$$

Nedostatak ovog zakona je što se dobija vrlo tanak prvi sloj.

$$2^\circ \quad E \epsilon_{\theta 1} < |E \epsilon_{r1}|$$

$$p_1 = \frac{3}{2} \sigma_{e1} \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_2^2 + r_1^2} + \frac{3}{2} \sigma_{e2} \frac{r_2^2}{2r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{r_3^2 - r_2^2}{2r_3^2 + r_2^2} \quad (40)$$

Najpogodniji i najrasprostranjeniji način ojačavanja cevi je autofretovanje (samoojačanje) koje se sastoji u tome da se cev podvrgne takvom unutrašnjem pritisku pri kome unutrašnji sloj cevi dobija plastične deformacije, a preostali spoljašnji sloj dobija elastične deformacije. Proces autofretovanja sastoji se u podvrgavanju monoblok cevi dejstvu unutrašnjeg hidrauličnog pritiska (p') koji izaziva trajne deformacije u nekoj zoni zidova. Na tom pritisku cev se zadržava izvesno vreme i nakon skidanja sa uređaja šalje na stabilizaciju. Anuliranjem hidrauličnog pritiska, cev se ne vraća u prvobitno stanje, jer trajno deformisani slojevi sprečavaju elastično deformisane slojeve da se vrate u početni položaj. Zato spoljni deo cevi ostaje u istegnutom stanju, dok preostali unutrašnji sloj cevi ostaje pritisnut spoljnim slojevima.

Autofretovana cev je sposobna da elastično primi svaki unutrašnji pritisak, koji je manji ili jednak pritisku autofretovanja p' .

Ako se posle autofretovanja cev podvrgne mehaničkoj obradi njena otpornost će da se smanji, ne samo zbog smanjenja debljine zidova, već i zbog smanjenja napona postignutih u procesu autofretovanja.

Prednosti autofretovanja cevi su:

- Od metala sa nižom granicom elastičnosti (σ_E) mogu da se izrade otpornije cevi pošto se autofretovanjem povećava granica elastičnosti metala.
- Utrošak metala za izradu autofretovanih cevi je znatno manji nego kod višeslojnih cevi (oko 30 %).
- Smanjuje se obim mehaničke obrade u odnosu na višeslojne cevi.

Ojačavanjem cevi povećava se njena otpornost ali život cevi ostaje isti. Zato se tamo gde se zahteva duži život cevi primenjuju dvoslojne cevi kod kojih se vrši zamena unutrašnjeg sloja i samim tim uspostavljaju balističke osobine cevi. Osnovni zahtev kod takvih cevi je laka zamena. Zbog toga se unutrašnji sloj uvlači u spoljašnji sa dijametralnim zazorom u granicama $0.05 \div 0.2$ mm za oruđa srednjeg kalibra, odnosno $0.15 \div 0.25$ mm za oruđa velikog kalibra. Ovaj zazor se pri opaljenju popunjava zbog elastičnih deformacija unutrašnjeg sloja. Ovakva konstrukcija se naziva cev sa slobodnim lajnerom (košuljicom). Lajner je cev sa tankim zidovima uvučena u omotač. Omotač ima deblje zidove i $1.5 \div 2.5$ puta je teži od lajnera.

Za vreme gađanja pod dejstvom pritiska barutnih gasova u cevi lajner se širi, zazor nestaje, a između spoljašnje površine lajnera i unutrašnje površine omotača se uspostavlja potpuni kontakt. Od tog momenta i lajner i omotač učestvuju u pružanju otpora pritisku barutnih gasova.